**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,
25–27 травня 2016 р., Львів**

УДК 539.3

КОЛИВАННЯ ОРТОТРОПНИХ ПЛАСТИН З МНОЖИНОЮ ВКЛЮЧЕНЬ ДОВІЛЬНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ

Тетяна Шопа

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, tetyana.sh@gmail.com

Розглянуто задачу про усталені згинні коливання ортотропної пластини, яка має N абсолютно жорстких включень довільної форми та розташування в рамках теорії, яка враховує деформації поперечного зсуву. Серед них є N_1 включень, які взаємодіють з пластиною через тонкі пружні прошарки типу Вінклера з коефіцієнтами жорсткості $k^{(j)}(\alpha)$, N_2 включень, які жорстко з'єднані з пластиною, та N_3 включень, які є шарнірно оперті. Контурами включень є криві $L^{(j)}$, $j=\overline{1,N}$. Зовнішня границя пластини є також довільної форми, а її контуром − три взаємодоповнюючі криві $L^{(N+1)}$, $L^{(N+2)}$ та $L^{(N+3)}$. Нехай на включення маси $\tilde{m}^{(j)}$ діють сили з головним вектором $P^{(j)}=P_0^{(j)}\sin(\omega t)$, який є нормальним до серединної поверхні пластини і діє в точці центра мас включення. Вважаємо, що включення здійснюють поступальний рух вздовж нормального напрямку до серединної поверхні пластини і $\tilde{w}^{(j)}(t)=\tilde{w}_0^{(j)}\sin(\omega t)$ – переміщення *j*-ого включення. Декартову систему координат розміщено в уявно розширеній прямокутній області Π, яка містить розглядувану багатозв'язну область Ω. Координатні лінії системи координат співпадають з осями ортотропії матеріалу пластини. Використано позначення статті [1].

Рівняння руху абсолютно жорстких включень матимуть вигляд

$$\tilde{m}^{(j)}\frac{\partial^2\tilde{w}^{(j)}}{\partial t^2}=P^{(j)}+\int\limits_{L^{(j)}}p^{(j)}(\zeta,t)\,dl(\zeta), \qquad (1)$$

де $p^{(j)}(\zeta,t)=-k^{(j)}(\zeta)\left(\tilde{w}^{(j)}-w(\zeta,t)\right),\quad \zeta\in L^{(j)},\ \ j=\overline{1,N_1},$

$$p^{(j)}(\zeta,t)=-Q_n(\zeta,t)=-Q_n(\zeta)\sin(\omega t),\quad \zeta\in L^{(j)},\ \ j=\overline{N_1+1,N}\,.$$

На зовнішній границі пластини розглянуто різні типи крайових умов

$$w = w_0^{(N+1)}(\alpha)\sin(\omega t), \quad \gamma_n = \gamma_{n0}^{(N+1)}(\alpha)\sin(\omega t),$$
$$\gamma_\tau = \gamma_{\tau 0}^{(N+1)}(\alpha)\sin(\omega t), \alpha \in L^{(N+1)}, \tag{2}$$

$$Q_n = Q_{n0}^{(N+2)}(\alpha)\sin(\omega t), \quad M_\tau = M_{\tau 0}^{(N+2)}(\alpha)\sin(\omega t),$$
$$M_n = M_{n0}^{(N+2)}(\alpha)\sin(\omega t), \ \alpha \in L^{(N+2)}, \tag{3}$$

$$w = w^{(N+3)}(\alpha)\sin(\omega t), \quad M_n = M_{n0}^{(N+3)}(\alpha)\sin(\omega t),$$
$$\gamma_\tau = \gamma_{\tau 0}^{(N+3)}(\alpha)\sin(\omega t), \ \alpha \in L^{(N+3)}. \tag{4}$$

Граничні умови на контурах включень мають вигляд

$$Q_n(\alpha,t) = -p^{(j)}(\alpha,t), \ M_n(\alpha,t) = 0, \ M_\tau(\alpha,t) = 0, \ \alpha \in L^{(j)}, \ j = \overline{1, N_1}, \tag{5}$$

$$w(\alpha,t) = \tilde{w}^{(j)}(t), \gamma_n(\alpha,t) = 0, \gamma_\tau(\alpha,t) = 0, \ \alpha \in L^{(j)}, \ j = \overline{N_1+1, N_1+N_2}. \tag{6}$$

$$w(\alpha,t) = \tilde{w}^{(j)}(t), \gamma_\tau(\alpha,t) = 0, M_n(\alpha,t) = 0, \ \alpha \in L^{(j)}, \ j = \overline{N_1+N_2+1, N}. \tag{7}$$

Крайову задачу розв'язано непрямим методом граничних елементів [1]. Функції Гріна побудовано на основі секвенціального подання дельта-функції Дірака та узагальненого методу рядів Фур'є. Системи інтегральних рівнянь розв'язано методом колокацій.

1. *Шопа Т.* Коливання ортотропної панелі подвійної кривини з множиною включень довільної конфігурації з пружними прошарками // Вісник ТНТУ. − 2013. – № 1. − С. 71-84.

VIBRATION OF ORTHOTROPIC PLATE WITH SETS OF INCLUSIONS OF ARBITRARY CONFIGURATION

In the framework of the refined theory, which takes into account transverse shear deformation, the solution of the problem on the steady state vibrations of the orthotropic plate with the arbitrary number of inclusions of the arbitrary geometrical form, orientation, and location is constructed. Inclusions have different types of connections with the plate. The case of the translational motion of the inclusions along the normal direction to the middle surface of the plate is investigated. External boundary of the plate is of the arbitrary geometrical configuration. Arbitrary harmonic in time boundary conditions are considered on the external boundary of the plate. The solution is built on the basis of the indirect boundary elements method. The sequential approach to the representation of the Green's functions is used. Integral equations are solved by the collocation method.